Quick Quiz

À maîtriser absolument !

Ce document regroupe
des définitions et des résultats
qui sont parmi les plus importants
du programme de mathématiques
des trois années de lycée.

Chaque élève doit connaître parfaitement
ce document (définitions et résultats).

Chaque élève doit être capable
de discerner ce qui est arbitraire : les définitions
de ce qui est démontré : les résultats.

Chaque élève doit être capable,
durant les oraux,
d'expliquer des définitions
et de démontrer des résultats
de ce document.

Le document sans les réponses se trouve sur
`http://www.vive-les-maths.net/QuickQuiz.pdf`.

Logique et raisonnement

† **Définition/résultat 1** (cf. chapitre 1, sections 1 à 7)

- La réciproque de l'implication $P \Rightarrow Q$ est $Q \Rightarrow P$.
  Sa valeur de vérité est indépendante de celle de $P \Rightarrow Q$.
- La contraposée de l'implication $P \Rightarrow Q$ est non $Q \Rightarrow$ non P.
  Sa valeur de vérité est la même que celle de $P \Rightarrow Q$.

† **Définition/résultat 2** (cf. chapitre 1, section 8)

Les trois (quatre pour les élèves scientifiques) principales méthodes de démonstration sont :

1. méthode directe
2. par contraposée
3. par l'absurde
(4. par récurrence)

Notations ensemblistes

† **Définition/résultat 3** (cf. chapitre 2, section 1)

Soit A et B deux sous-ensembles d'un ensemble E.

	dénomination
$A \cup B = \{ x \in E \ : \ x \in A \text{ ou } x \in B \}$	réunion
$A \cap B = \{ x \in E \ : \ x \in A \text{ et } x \in B \}$	intersection
$A \setminus B = \{ x \in E \ : \ x \in A \text{ et } x \notin B \}$	différence

De plus, on a l'équivalence suivante

$$x \in A \iff \{x\} \subset A$$

Calcul algébrique

† **Définition/résultat 4** (cf. chapitre 2, section 4.3)

1. Avant d'additionner deux fractions, on doit s'assurer

   que leurs dénominateurs sont les mêmes

   - Si tel est le cas, on les additionne en additionnant leurs numérateurs.
   - Sinon, il faut d'abord amplifier au moins une fraction.

2. Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

   Exemples :
   $$\frac{f(x)}{\frac{a}{b}} = \frac{f(x)\ b}{a} \quad \text{et} \quad \frac{\frac{f(x)}{g(x)}}{x} = \frac{f(x)}{g(x)\ x}$$

† **Définition/résultat 5** (cf. chapitre 2, section 4.5)

La première identité remarquable du deuxième degré et sa conséquence sont

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \underset{b \text{ par } -b}{\overset{\text{on remplace}}{\Longleftrightarrow}} \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

La deuxième identité remarquable du deuxième degré est

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

† **Définition/résultat 6** (cf. chapitre 2 ; sections 4.6 et 4.11)

- $\sqrt{a}$ est la solution positive ou nulle de l'équation $x^2 = a$.
  $\sqrt{a}$ existe si et seulement si $a \geqslant 0$.
- $\sqrt[3]{a}$ est la solution réelle de l'équation $x^3 = a$.
  $\sqrt[3]{a}$ existe si et seulement si $a \in \mathbb{R}$.

On a aussi les deux définitions équivalentes de la valeur absolue.

$$|a| = \sqrt{a^2} = \begin{cases} a & \text{si } a \geqslant 0 \\ -a & \text{si } a \leqslant 0 \end{cases}$$

† **Définition/résultat 7** (cf. chapitre 2 ; section 4.7)

Les formules de calcul les plus importantes pour les exponentielles sont :

a) $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

b) $a^{m \cdot n} = (a^m)^n = (a^n)^m$

c) $a^0 = 1$

d) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

e) $a^{m-n} = \dfrac{a^m}{a^n}$

f) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a}^{\,m}$

† **Définition/résultat 8** (cf. chapitre 2 ; section 4.8)

Le *slogan du logarithme* en base a ($a > 0$, $a \neq 1$) est

$\log_a(b)$ est la puissance à laquelle on élève la base a pour obtenir le nombre b

On a donc l'équivalence $\qquad a^c = b \iff c = \log_a(b)$

Ainsi, comme $a^0 = 1$, on a $0 = \log_a(1)$.

On a la formule de changement de bases (log est en base 10 et b est une base ($b > 0$, $b \neq 1$)).

$$\log_a(c) = \frac{\log(c)}{\log(a)} = \frac{\log_b(c)}{\log_b(a)}$$

Équations polynomiales

† **Définition/résultat 9** (cf. chapitre 4, sections 2 et 3 ; chapitre 5, section 2)

Dans $\mathbb{R}$, le nombre de solutions distinctes de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$ dépend du discriminant, noté Δ, et qui est défini par $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Si $\Delta > 0$, alors il y a 2 solution(s) réelle(s).
- Si $\Delta = 0$, alors il y a 1 solution(s) réelle(s).
- Si $\Delta < 0$, alors il y a 0 solution(s) réelle(s).

La formule qui donne la ou les solutions est appelée « formule de Viète ».
Lorsque $\Delta \geqslant 0$, on peut ainsi écrire

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

† **Définition/résultat 10** (cf. chapitre 4, sections 2 et 3 ; chapitre 5, section 2)

La propriété du produit dit que, pour a et $b \in \mathbb{R}$, on a l'équivalence

$$a \cdot b = 0 \iff a = 0 \quad \text{ou} \quad b = 0$$

Application au polynôme du deuxième degré $p(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

1. Si le discriminant de p est positif, on a la factorisation suivante.
$$p(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$
où x_1 et x_2 sont les zéros du polynôme
2. Si le discriminant de p est nul, on a la factorisation suivante.
$$p(x) = a(x - x_1)^2$$
où x_1 est le zéro du polynôme
3. Si le discriminant est négatif, le polynôme p est irréductible (dans $\mathbb{R}$).
Les valeurs du polynômes sont soit positives, soit négatives.

† **Définition/résultat 11** (cf. chapitre 5, sections 3 et 4)

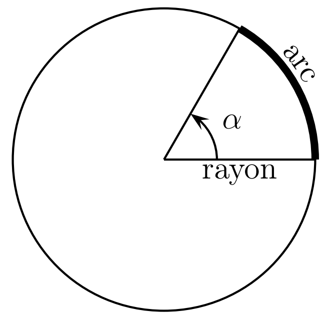
1. Le schéma de Horner permet d'évaluer un polynôme en effectuant très peu de multiplications.
2. Lorsqu'on connaît un zéro x_0 d'un polynôme de degré n, on peut factoriser le polynôme par $(x - x_0)$ en utilisant le schéma de Horner.
3. Le lemme de Gauss dit que si $\frac{a}{b}$ est un zéro rationnel d'un polynôme à coefficients entiers, noté p, alors
   - a divise le terme constant de p et
   - b divise le coefficient dominant de p.

Trigonométrie

† **Définition/résultat 12** (cf. chapitre 6, section 1.1)

Lorsqu'on trace un arc de cercle comme montré ci-contre, les mathématiciens ont remarqué que le nombre

$$\alpha = \boxed{\frac{\text{longueur d'arc}}{\text{rayon du cercle}}}$$



est indépendant de la grandeur du rayon. En munissant ce nombre d'un signe selon le sens de rotation de l'arc de cercle, on obtient un angle en radians .

Un angle de 1 radian correspond au cas où

la longueur de l'arc est égale au rayon du cercle

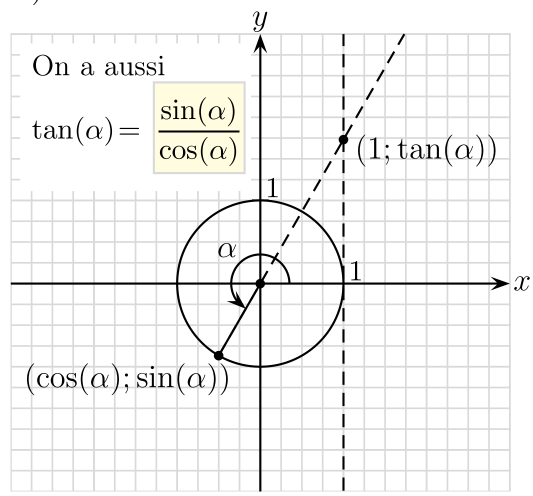
Sur un cercle de rayon 1, le radian correspond, au signe près, à

la longueur de l'arc de cercle

† **Définition/résultat 13** (cf. chapitre 6, section 1.2)

Dans le plan, le cercle de rayon 1 centré à l'origine est le « cercle trigonométrique ».

En utilisant un angle α choisi entre π et $\frac{3\pi}{2}$, on peut illustrer la définition de $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ sur le dessin ci-contre de manière à ce que tout soit bien visible.



En trigonométrie, la relation la plus importante est $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$

Cette relation est une application immédiate du théorème de Pythagore .

† **Définition/résultat 14** (cf. chapitre 6, sections 1 et 2)

1. Les valeurs importantes à savoir par cœur sont :

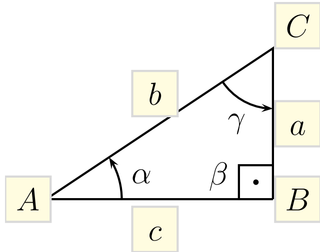
$$\cos(0) = 1 \quad \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \quad \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\sin(0) = 0 \quad \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \quad \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

2. Les formules de symétries sont :
   (a) Pour l'axe horizontal : $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ $\quad \sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$
   (b) Pour l'axe vertical : $\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$ $\quad \sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$
   (c) Pour l'axe $y = x$: $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin(\alpha)$ $\quad \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos(\alpha)$

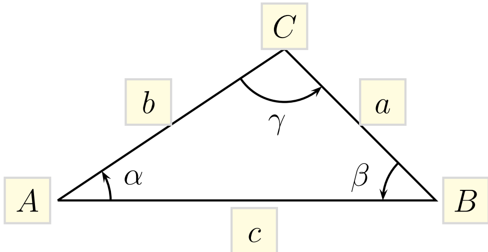
† **Définition/résultat 15** (cf. chapitre 6, sections 3 et 4)

1. On considère le triangle rectangle ci-contre.



Pythagore :	$b^2 = a^2 + c^2$		
cos-adj-hyp :	$\cos(\alpha) = \frac{c}{b}$	ou	$\cos(\gamma) = \frac{a}{b}$
sin-opp-hyp :	$\sin(\alpha) = \frac{a}{b}$	ou	$\sin(\gamma) = \frac{c}{b}$
tan-opp-adj :	$\tan(\alpha) = \frac{a}{c}$	ou	$\tan(\gamma) = \frac{c}{a}$

2. On considère le triangle quelconque ci-contre.



Somme des angles : $\alpha + \beta + \gamma = \pi$

Théorème du sinus :

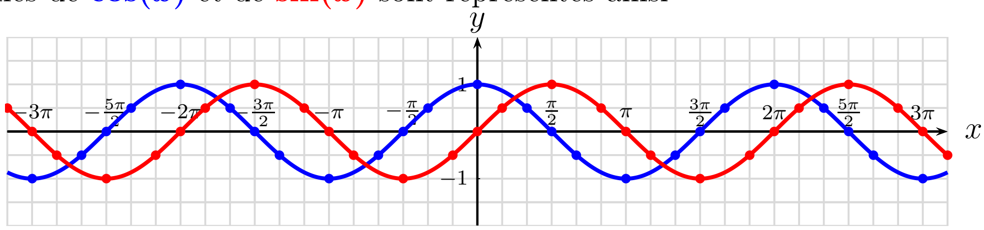
$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$$

Théorème du cosinus :

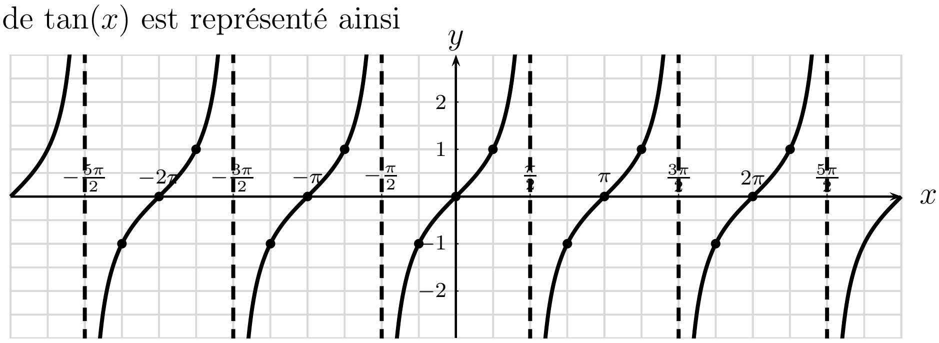
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos(\beta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma)$$

† **Définition/résultat 16** (cf. chapitre 6, section 5)

Les graphes de $\boldsymbol{\cos(x)}$ et de $\boldsymbol{\sin(x)}$ sont représentés ainsi



Le graphe de $\tan(x)$ est représenté ainsi



† **Définition/résultat 17** (cf. chapitre 6, section 7)

Voici les formules trigonométriques d'addition/soustraction des angles.

$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$	$\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$
$\cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$	$\sin(\alpha-\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) - \cos(\alpha)\sin(\beta)$

À l'aide d'une relation, on peut démontrer les trois autres en utilisant les formules de symétrie des fonctions cos et sin et une substitution.

Fonctions

† **Définition/résultat 18** (cf. chapitre 8, sections 1 à 3)

Par définition, $f : D \to A$ est une fonction si
à **chaque** élément $x \in D$, f assigne un **unique** élément $y \in A$, noté $f(x)$.

Graphiquement, on vérifie cette propriété grâce au test de la droite verticale .

Ce test se traduit par l'implication mathématique $x_1 = x_2 \implies f(x_1) = f(x_2)$
ou sa contraposée $f(x_1) \neq f(x_2) \implies x_1 \neq x_2$.

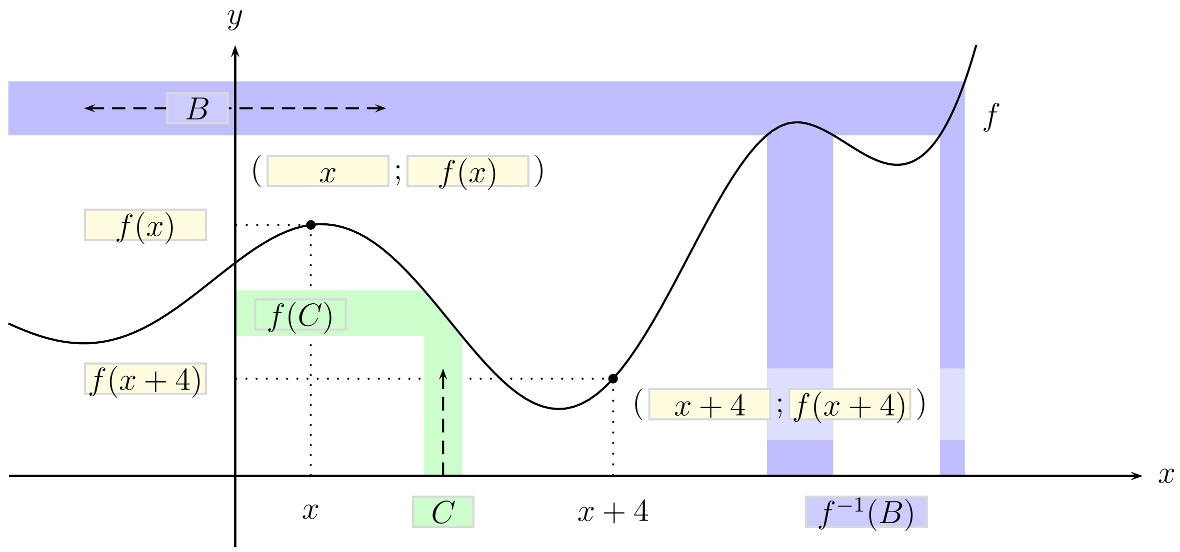
L'ensemble des zéros de f est $Z_f = \{x \in D : f(x) = 0\}$.

Le graphe de f est $\mathcal{G}_f = \{ \ (x; y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \in D \ \text{ et } \ y = f(x) \in A \ \}$.

Soit $C \subset D$, l'image de C est $f(C) = \{f(x) \in A : x \in C\}$. Le domaine image est $f(D)$.

Soit $B \subset A$, la pré-image de B est $f^{-1}(B) = \{x \in D : f(x) \in B\}$.

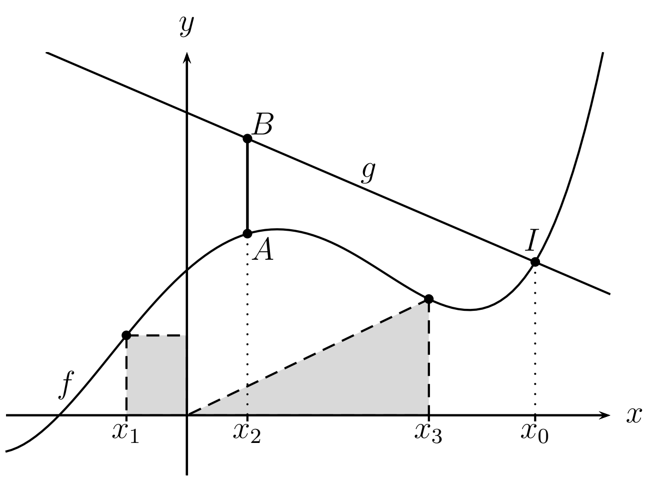
Voici une illustration sur la représentation graphique de $\mathcal{G}_f$.



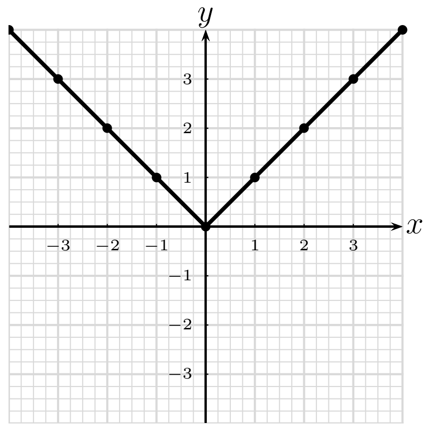
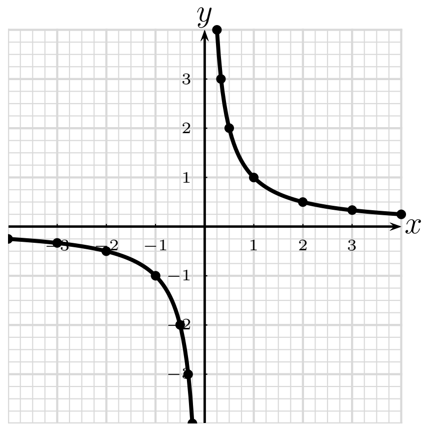
† **Définition/résultat 19** (cf. définition/résultat précédent ; notions d'école secondaire)

Sur le graphe ci-dessous, on voit le graphe de deux fonctions f et g.

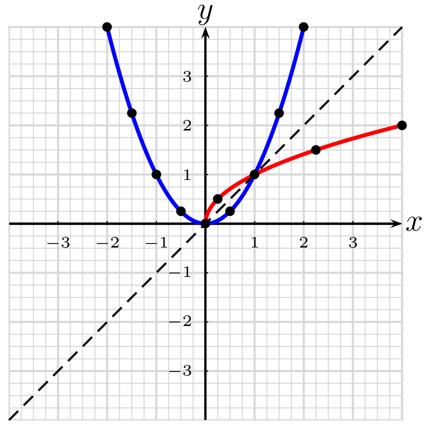
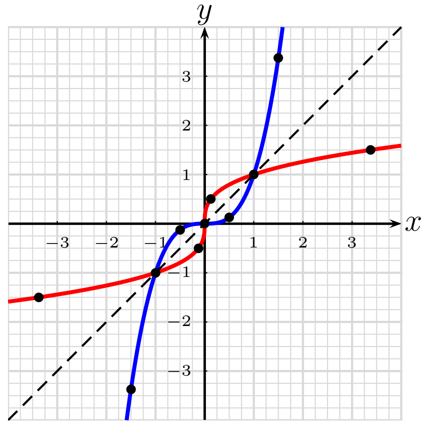
1. La longueur du segment $[AB]$ est $g(x_2) - f(x_2)$ car $g(x_2) \geqslant f(x_2)$.
2. L'aire du triangle est donnée par $\frac{1}{2}x_3 f(x_3)$.
3. Le volume de révolution autour de l'axe des x du rectangle est $-\pi f^2(x_1)x_1$.
4. Le nombre x_0 satisfait l'équation $f(x) = g(x)$ et le point d'intersection est $I($ x_0 ; $f(x_0)$ $)$



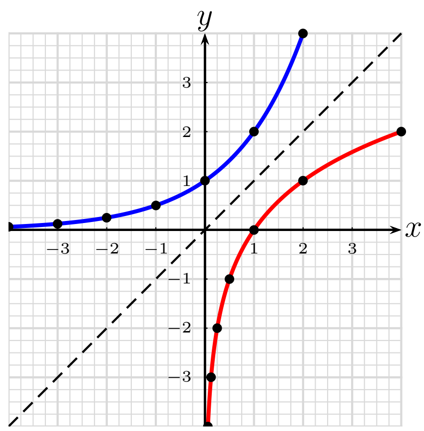
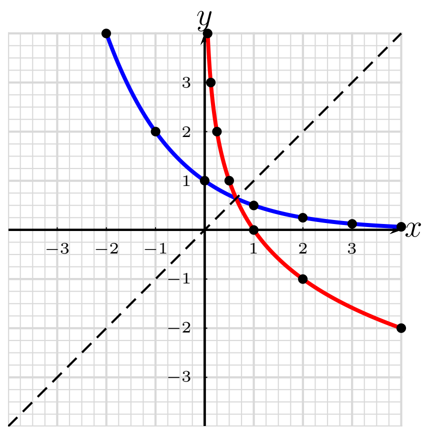
† **Définition/résultat 20** (cf. chapitre 8)

$f(x) = \lvert x \rvert$	$g(x) = \frac{1}{x}$
	

† **Définition/résultat 21** (cf. chapitre 8)

$f(x) = \boldsymbol{x^2}$ et $g(x) = \boldsymbol{\sqrt{x}}$	$f(x) = \boldsymbol{x^3}$ et $g(x) = \boldsymbol{\sqrt[3]{x}}$
	

† **Définition/résultat 22** (cf. chapitre 8)

$f(x) = \boldsymbol{2^x}$ et $g(x) = \boldsymbol{\log_2(x)}$	$f(x) = \boldsymbol{(\frac{1}{2})^x}$ et $g(x) = \boldsymbol{\log_{\frac{1}{2}}(x)}$
	

† **Définition/résultat 23** (cf. chapitre 8, sections 4.1 et 4.4 ; chapitre 11, section 15)

On considère une droite de pente a dont **un** point est $(x_0; y_0)$. On considère un autre point $(x_1; y_1)$ de la droite. Cette dernière est décrite par l'équation

$$y = y_0 + a(x - x_0) \quad \text{où} \quad a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

On considère une parabole de demi-courbure a dont **le** sommet est $(x_0; y_0)$. On considère un autre point $(x_1; y_1)$ de la parabole. Cette dernière est décrite par l'équation

$$y = y_0 + a(x - x_0)^2 \quad \text{où} \quad a = \frac{y_1 - y_0}{(x_1 - x_0)^2} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{dépl. horizontal au carré}}$$

† **Définition/résultat 24** (cf. chapitre 8, section 6)

Soit $f : D \to A$ une fonction.

On dit que f est paire si, pour tout $x \in D$, on a $f(-x) = f(x)$.
Le graphe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des y.

On dit que f est impaire si, pour tout $x \in D$, on a $f(-x) = -f(x)$.
Le graphe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine.

	Si on pense que la fonction est paire ou impaire	Si on pense que la fonction n'est ni paire, ni impaire
Stratégie	On montre algébriquement que $f(-x) = f(x)$ ou que $f(-x) = -f(x)$ pour tout $x \in D$	D'abord on cherche un défaut de symétrie dans D ou Z. Si on ne trouve pas, on cherche un contre-exemple

† **Définition/résultat 25** (cf. chapitre 8, sections 7 et 8)

1. Une fonction $f : D \to A$ est injective si

   pour **chaque** $y \in A$, il existe **au plus** un $x \in D$ tel que $f(x) = y$

   Ou de manière équivalente

   $$f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$$

2. Une fonction $f : D \to A$ est surjective si

   pour **chaque** $y \in A$, il existe **au moins** un $x \in D$ tel que $f(x) = y$

   Ou de manière équivalente

   $f(D) \supset A$ «le domaine d'arrivée est inclus dans le domaine image»

3. Une fonction $f : D \to A$ est bijective si

   pour **chaque** $y \in A$, il existe **exactement** un $x \in D$ tel que $f(x) = y$

Pour calculer la réciproque $f^{-1} : A \to D$ d'une fonction f bijective,

on cherche pour **chaque** $y \in A$, l'**unique** $x \in D$ tel que $f(x) = y$

Les graphes de f et de f^{-1} sont symétriques par rapport à la diagonale d'équation $y = x$.

† **Définition/résultat 26** (cf. chapitre 2, section 4.7 ; chapitre 8, section 9)

Lorsque c'est possible, voici des formules qui sont utiles pour résoudre des équations.

a^{x+y}	$= a^x \cdot a^y$	a^{x-y}	$= \dfrac{a^x}{a^y}$
$a^{x\cdot y}$	$= (a^x)^y = (a^y)^x$	$a^{\frac{x}{y}}$	$= \sqrt[y]{a^x} = \sqrt[y]{a}^{\,x}$
a^{x^y}	pas de formule	$a^{\sqrt[y]{x}}$	pas de formule

† **Définition/résultat 27** (cf. chapitre 8, section 9)

Le *slogan du logarithme* en base a ($a > 0$, $a \neq 1$) est

$\log_a(b)$ est la puissance à laquelle on élève la base a pour obtenir le nombre b

Lorsque c'est possible, voici des formules qui sont utiles pour résoudre des équations.

$\log_a(x+y)$	pas de formule	$\log_a(x-y)$	pas de formule
$\log_a(x\cdot y)$	$= \log_a(x) + \log_a(y)$	$\log_a(\frac{x}{y})$	$= \log_a(x) - \log_a(y)$
$\log_a(x^y)$	$= y \cdot \log_a(x)$	$\log_a(\sqrt[y]{x})$	$= \frac{1}{y} \cdot \log_a(x)$

† **Définition/résultat 28** (cf. chapitre 8, section 10)

Soit $f : D_f \to A_f$ et $g : D_g \to A_g$ deux fonctions.
Voici les définitions (naturelles) des principales opérations sur les fonctions.

Addition et soustraction	$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ pour tout $x \in D_f \cap D_g$
Multiplication par un nombre λ	$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$ pour tout $x \in D_f$
Multiplication	$(fg)(x) = f(x)g(x)$ pour tout $x \in D_f \cap D_g$
Division	$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ pour tout $x \in D_f \cap D_g \setminus Z_g$
Composition	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ pour tout $x \in D_g$ tel que $g(x) \in D_f$

Limites et continuité

† **Définition/résultat 29** (cf. chapitres 1.10 et 5.4 pour $\sqrt{2}$; 6.1 pour π ; 12.1 pour e)

nombre x	définition	arrondi à 1 décimale	preuve de $x \notin \mathbb{Q}$
$\sqrt{2}$	solution positive de $x^2 = 2$	1.4 (1.41421)	à savoir
π	pourtour d'un cercle divisé par son diamètre	3.1 (3.14159)	pas à savoir
e	$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$	2.7 (2.71828)	pas à savoir

† **Définition/résultat 30** (cf. chapitre 8, section 10 ; chapitre 12, section 3)

Soit $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$, f et g deux fonctions définies au voisinage de a et λ un nombre réel. Lorsque les limites existent, on a les propriétés suivantes.

Pour l'addition et la soustraction	$\lim\limits_{x\to a} \Big(f(x) \pm g(x)\Big)$	=	$\lim\limits_{x\to a} f(x) \pm \lim\limits_{x\to a} g(x)$
Pour la multiplication par un nombre λ	$\lim\limits_{x\to a} \Big(\lambda f(x)\Big)$	=	$\lambda \cdot \lim\limits_{x\to a} f(x)$
Pour la multiplication	$\lim\limits_{x\to a} \Big(f(x) \cdot g(x)\Big)$	=	$\lim\limits_{x\to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x\to a} g(x)$
Pour la division	$\lim\limits_{x\to a} \left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)$	=	$\dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$
	à condition d'éviter les	divisions par zéro	

† **Définition/résultat 31** (cf. chapitre 12, section 4)

Soit $f : D \to A$ une fonction et $x_0 \in D$.

On dit que f est continue en x_0 lorsque

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$ ou $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f\big(\lim\limits_{x\to x_0} x\big)$ ou $\lim\limits_{\Delta x\to 0} f(x_0+\Delta x) = f(x_0)$

On dit que $f : D \to A$ est continue si f est continue pour chaque $x_0 \in D$.

† **Définition/résultat 32** (cf. chapitre 12, section 5)

Une fonction f a une AH d'équation $y = h$ ssi la limite suivante existe.

$$h = \lim_{x\to\pm\infty} f(x)$$

Une fonction f a une AO d'équation $y = mx + h$ ssi les limites suivantes existent.

$$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} \qquad \text{et} \qquad h = \lim_{x\to\pm\infty} \big(f(x) - mx\big)$$

Pour une fonction rationnelle , l'AO peut être trouvée grâce à une division euclidienne .

Si une fonction f a une AO, alors $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) =$ $\pm\infty$. La réciproque est fausse .

Dérivées

† **Définition/résultat 33** (cf. chapitre 13, sections 1 à 3)

1. La notation et la définition intuitive de la dérivée sont

   $f'(x)$ est la pente de la tangente à f en x

2. Deux définitions formelles équivalentes de la dérivée sont

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \overset{x_1 = x + \Delta x}{=} \lim_{x_1 \to x} \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x}$$

3. L'équation de la tangente à la fonction f en x_0 est

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

† **Définition/résultat 34** (cf. chapitre 13, section 4)

Les six règles de dérivation sont :

$(f \pm g)' = f' \pm g'$	$(\lambda f)' = \lambda f'$	$(fg)' = f'g + fg'$
$\Big(f(g(x))\Big)' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	$(x^r)' = r x^{r-1}$	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

† **Définition/résultat 35** (cf. chapitre 13, section 5)

Soit g une fonction dérivable. Voici des dérivées à savoir par cœur.

$g^n(x)$	$\frac{1}{g(x)}$	$\sqrt{g(x)}$
$n g^{n-1}(x) \cdot g'(x)$	$-\frac{1}{g^2(x)} \cdot g'(x)$	$\frac{1}{2\sqrt{g(x)}} \cdot g'(x)$
$e^{g(x)}$	$\sin(g(x))$	$\tan(g(x))$ (premier choix)
$e^{g(x)} \cdot g'(x)$	$\cos(g(x)) \cdot g'(x)$	$\frac{1}{\cos^2(g(x))} \cdot g'(x)$
$\ln(g(x))$ ou $\ln\lvert g(x)\rvert$	$\cos(g(x))$	$\tan(g(x))$ (deuxième choix)
$\frac{1}{g(x)} \cdot g'(x)$	$-\sin(g(x)) \cdot g'(x)$	$\Big(1 + \tan^2(g(x))\Big) \cdot g'(x)$

† **Définition/résultat 36** (cf. chapitre 13, section 5 ; chapitre 14, section 7)

1. Soit $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$. La règle de l'Hospital dit que $\displaystyle\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

   si la limite de gauche est de type $\left(\frac{0}{0}\right)$ ou $\left(\frac{\pm\infty}{\pm\infty}\right)$ et si la limite de droite existe .

2. Pour montrer que $\sin'(x) =$ $\cos(x)$, on utilise la définition de la dérivée ,

   la formule $\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$ et la limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$.

   Cette limite ne peut pas être démontrée à l'aide de la règle de l'Hospital.

Intégrales

† **Définition/résultat 37** (cf. chapitre 16, sections 1 et 2)

1. La notation et la définition intuitive de l'intégrale sont

$$\int_a^b f(x)\,dx \text{ est l'aire signée entre la fonction } f \text{ et l'axe des } x\text{, de } a \text{ jusqu'à } b$$

2. Une définition formelle de l'intégrale est

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to+\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x \qquad \text{où} \qquad \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

où x_i sont les bords droits de la subdivision de $[a,b]$ en n intervalles.

† **Définition/résultat 38** (cf. chapitre 16, section 7)

Le théorème fondamental du calcul intégral dit que

Soit f une fonction continue sur $[a,b]$ et F une primitive de f

Alors
$$\int_a^b f(x)\,dx \;=\; F(x)\Big|_a^b$$

† **Définition/résultat 39** (cf. chapitre 16, sections 8.2 et 8.3)

Une formule de l'intégration par parties pour les intégrales définies est

$$\int_a^b \overset{\uparrow}{f}(x)\overset{\downarrow}{g}(x)\,dx \;=\; F(x)g(x)\Big|_a^b \;-\; \int_a^b F(x)g'(x)\,dx$$

† **Définition/résultat 40** (cf. chapitre 16, sections 8.4 à 8.6)

La formule de l'intégration par substitution dépend d'un changement de variable.

Le changement $t = t(x)$, implique que $dt = \boxed{t'(x)\,dx}$.

Pour les intégrales définies, la formule associée à ce changement de variable est

$$\int_a^b f(t(x))\cdot t'(x)\,dx \;=\; \int_{t(a)}^{t(b)} f(t)\,dt$$

† **Définition/résultat 41** (cf. chapitre 17)

Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[a,b]$, on a les formules suivantes.

volume de révolution de f sur $[a,b]$ autour de l'axe des x. $\pi\int_a^b f^2(x)\,dx$	volume de révolution de f sur $[a,b]$ autour de l'axe des y. $2\pi\int_a^b x f(x)\,dx$	longueur de la courbe f sur $[a,b]$. $\int_a^b \sqrt{1+(f')^2(x)}\,dx$

Géométrie

Vecteurs et points

† **Définition/résultat 42** (cf. chapitre 11, sections 1 à 6)

1. (a) Si $(x;y)$ est un point du plan, on dit que
   x est son abscisse et y est son ordonnée .

   (b) Si $(x;y;z)$ est un point de l'espace, on dit que
   x est son abscisse , y est son ordonnée et z est sa cote .

2. (a) Si $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$, alors $\vec{v}+\vec{w} = \begin{pmatrix} v_1+w_1 \\ v_2+w_2 \end{pmatrix}$ et $\lambda\vec{v} = \begin{pmatrix} \lambda v_1 \\ \lambda v_2 \end{pmatrix}$.

   (b) Si $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$, alors $\vec{v}+\vec{w} = \begin{pmatrix} v_1+w_1 \\ v_2+w_2 \\ v_3+w_3 \end{pmatrix}$ et $\lambda\vec{v} = \begin{pmatrix} \lambda v_1 \\ \lambda v_2 \\ \lambda v_3 \end{pmatrix}$.

† **Définition/résultat 43** (cf. chapitre 11, sections 5 et 6)

Par définition, on a l'équivalence

$$\vec{v}_1 \parallel \vec{v}_2 \iff \text{Il existe } \lambda \in \mathbb{R} \text{ tel que } \vec{v}_1 = \lambda\vec{v}_2 \text{ ou } \vec{v}_2 = \lambda\vec{v}_1$$

† **Définition/résultat 44** (cf. chapitre 11, sections 9 et 10)

Par définition, on a les équivalences

en géométrie plane	en géométrie spatiale
$P = P(x;y) \iff \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	$P = P(x;y;z) \iff \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

† **Définition/résultat 45** (cf. chapitre 11, sections 9 à 12)

1. La règle de Chasles permet d'affirmer que

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

2. Le point milieu entre les points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ est

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2} \,;\, \frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

3. Le point milieu entre les points $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$ est

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2} \,;\, \frac{y_A+y_B}{2} \,;\, \frac{z_A+z_B}{2}\right)$$

Droites et plans

† **Définition/résultat 46** (cf. chapitre 11, sections 11 et 12)

1. Soit d une droite passant par $A(x_0; y_0)$ et de vecteur directeur $\vec{d} = \binom{a}{b}$.
   Une représentation paramétrique de d s'écrit ainsi

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a\lambda \\ y = y_0 + b\lambda \end{cases}, \ \lambda \in \mathbb{R}$$

2. Soit d une droite passant par $A(x_0; y_0; z_0)$ et de vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.
   Une représentation paramétrique de d s'écrit ainsi

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a\lambda \\ y = y_0 + b\lambda \\ z = z_0 + c\lambda \end{cases}, \ \lambda \in \mathbb{R}$$

† **Définition/résultat 47** (cf. chapitre 11, sections 13 et 14)

1. Soit d une droite passant par $A(x_0; y_0)$ et de vecteur normal $\vec{n} = \binom{a}{b}$.
   Une équation cartésienne de d s'écrit ainsi

$$d : ax + by = ax_0 + by_0$$

2. Soit π un plan passant par $A(x_0; y_0; z_0)$ et de vecteur normal $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.
   Une équation cartésienne de π s'écrit ainsi

$$\pi : ax + by + cz = ax_0 + by_0 + cz_0$$

† **Définition/résultat 48** (cf. chapitre 11, section 14)

Si $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$, alors $\vec{v} \wedge \vec{w} = \begin{pmatrix} v_2w_3 - v_3w_2 \\ -(v_1w_3 - v_3w_1) \\ v_1w_2 - v_2w_1 \end{pmatrix}$.

1. Si $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont des vecteurs directeurs non parallèles d'un plan π, alors $\vec{v} \wedge \vec{w}$ est un vecteur normal du plan π.
2. Si $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont des vecteurs normaux non parallèles d'une droite d, alors $\vec{v} \wedge \vec{w}$ est un vecteur directeur de la droite d.

Norme et produit scalaire

† **Définition/résultat 49** (cf. chapitre 11, sections 19 et 20)

1. La norme du vecteur $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ est donnée par $\|\vec{v}\| = \left\| \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$.
2. La norme du vecteur $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ est donnée par $\|\vec{v}\| = \left\| \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$.

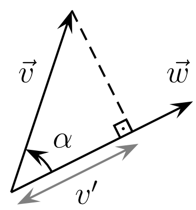
La norme sert à calculer la longueur des vecteurs.

† **Définition/résultat 50** (cf. chapitre 11, sections 19 et 20)

1. Le produit scalaire des vecteurs $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$ est donné par
$$\vec{v} \bullet \vec{w} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = v_1 w_1 + v_2 w_2$$
2. Le produit scalaire des vecteurs $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$ est donné par
$$\vec{v} \bullet \vec{w} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3$$

Le schéma ci-contre permet d'identifier les deux principales utilités du produit scalaire.

1. Calculer l'angle α grâce à $\cos(\alpha) = \dfrac{\vec{v} \bullet \vec{w}}{\|\vec{v}\| \cdot \|\vec{w}\|}$
2. Calculer la projection orthogonale $v' = \dfrac{\vec{v} \bullet \vec{w}}{\|\vec{w}\|}$



† **Définition/résultat 51** (cf. chapitre 11, sections 19 et 20)

1. Si $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, alors $\vec{w} = \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$ satisfait $\vec{w} \perp \vec{v}$.
2. Si $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, alors $\vec{w}_1 = \begin{pmatrix} b \\ -a \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{w}_2 = \begin{pmatrix} c \\ 0 \\ -a \end{pmatrix}$ et $\vec{w}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ c \\ -b \end{pmatrix}$ satisfont $\begin{matrix} \vec{w}_1 \perp \vec{v} \\ \vec{w}_2 \perp \vec{v} \\ \vec{w}_3 \perp \vec{v} \end{matrix}$ et $\begin{matrix} \vec{w}_1 \nparallel \vec{w}_2 \\ \vec{w}_1 \nparallel \vec{w}_3 \\ \vec{w}_2 \nparallel \vec{w}_3 \end{matrix}$.

Cercle en géométrie plane et sphère en géométrie spatiale

† **Définition/résultat 52** (cf. chapitre 11, sections 35 et 36)

1. L'équation du cercle centré en $\Omega(x_\Omega; y_\Omega)$ et de rayon r est
$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = r^2$$
2. L'équation de la sphère centrée en $\Omega(x_\Omega; y_\Omega; z_\Omega)$ et de rayon r est
$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 + (z - z_\Omega)^2 = r^2$$

Déterminant en géométrie plane

† **Définition/résultat 53** (cf. chapitre 11, section 23)

Le déterminant des deux vecteurs $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$ est donné par la formule

$$\det(\vec{v}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} v_1 & w_1 \\ v_2 & w_2 \end{vmatrix} = v_1 w_2 - v_2 w_1$$

En 2D, la propriété la plus importante du déterminant est

Il permet de calculer l'aire signée d'un parallélogramme

Produit vectoriel en géométrie spatiale

† **Définition/résultat 54** (cf. chapitre 11, sections 14, 22 et 24)

Le produit vectoriel des deux vecteurs $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$ est donné par la formule

$$\vec{v} \wedge \vec{w} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_2 w_3 - v_3 w_2 \\ -(v_1 w_3 - v_3 w_1) \\ v_1 w_2 - v_2 w_1 \end{pmatrix}$$

Les deux propriétés indépendantes les plus importantes du produit vectoriel sont

1. Sa norme est l'aire d'un parallélogramme
2. Il permet de calculer un vecteur orthogonal à deux vecteurs non parallèles

Détecteurs de vecteurs parallèles et orthogonaux

† **Définition/résultat 55** (cf. chapitre 11, sections 19 et 20, 23 et 24, 31 et 32)

en 2D	$\vec{v} \perp \vec{w} \iff$	$\vec{v} \bullet \vec{w} = 0$	$\vec{v} \parallel \vec{w} \iff$	$\det(\vec{v}, \vec{w}) = 0$
en 3D	$\vec{v} \perp \vec{w} \iff$	$\vec{v} \bullet \vec{w} = 0$	$\vec{v} \parallel \vec{w} \iff$	$\vec{v} \wedge \vec{w} = \vec{0}$

Déterminant en géométrie spatiale

† **Définition/résultat 56** (cf. chapitre 11, section 38)

Le déterminant des trois vecteurs $\vec{u}=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix}$, $\vec{v}=\begin{pmatrix}v_1\\v_2\\v_3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}=\begin{pmatrix}w_1\\w_2\\w_3\end{pmatrix}$ est donné par la formule

$$\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = \begin{vmatrix}u_1 & v_1 & w_1\\ u_2 & v_2 & w_2\\ u_3 & v_3 & w_3\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}u_1 & v_1 & w_1\\ u_2 & v_2 & w_2\\ u_3 & v_3 & w_3\end{vmatrix} - \begin{vmatrix}u_1 & v_1 & w_1\\ u_2 & v_2 & w_2\\ u_3 & v_3 & w_3\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}u_1 & v_1 & w_1\\ u_2 & v_2 & w_2\\ u_3 & v_3 & w_3\end{vmatrix}$$

$$= u_1\begin{vmatrix}v_2 & w_2\\ v_3 & w_3\end{vmatrix} - u_2\begin{vmatrix}v_1 & w_1\\ v_3 & w_3\end{vmatrix} + u_3\begin{vmatrix}v_1 & w_1\\ v_2 & w_2\end{vmatrix}$$

En 3D, les propriétés les plus importantes du déterminant sont

Il permet de calculer le volume signé d'un parallélépipède

Il est égal au produit mixte : $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = \vec{u}\bullet(\vec{v}\wedge\vec{w})$

Aires et volumes

† **Définition/résultat 57** (cf. chapitre 11, sections 23 et 24, 27 et 28)

1. L'aire du parallélogramme engendré par les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ est donnée par les formules suivantes.

En 2D	aire signée $=\det(\vec{a},\vec{b})$	En 3D	aire $=\|\vec{a}\wedge\vec{b}\|$

2. L'aire du triangle ABC est donnée par les formules suivantes.

En 2D	aire signée $=\frac{1}{2}\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$	En 3D	aire $=\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\|$

† **Définition/résultat 58** (cf. chapitre 11, sections 26 et 30)

1. Le volume du parallélépipède engendré par les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ est donné par les formules suivantes.

$$\text{volume signé} = \vec{a}\bullet(\vec{b}\wedge\vec{c}) = \vec{b}\bullet(\vec{c}\wedge\vec{a}) = \vec{c}\bullet(\vec{a}\wedge\vec{b})\ (\bigstar)$$

$$\text{volume signé} = \vec{a}\bullet(\vec{c}\wedge\vec{b}) = \vec{c}\bullet(\vec{b}\wedge\vec{a}) = \vec{b}\bullet(\vec{a}\wedge\vec{c})\ (\text{signe opposé à } (\bigstar))$$

2. Le volume du tétraèdre $SABC$ est donné par les formules suivantes.

$$\text{volume signé} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AS}\bullet(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC})$$

où n'importe quelle autre combinaison tant que dans tous les vecteurs, on trouve un point commun.

Les différentes distances (ou distances signées)

† **Définition/résultat 59** (cf. chapitre 11, sections 33 et 34)

La formule qui permet de calculer la distance entre le point A et le point B est

$$d(A,B) = \|\overrightarrow{AB}\|$$

† **Définition/résultat 60** (cf. chapitre 11, sections 33)

En 2D, la formule qui permet de calculer la distance entre le point A et la droite d si d est donnée sous forme paramétrique (donc à l'aide d'un vecteur directeur $\vec{d}$) est

$$\delta(A,d) = \frac{\det(\overrightarrow{P_0A}, \vec{d})}{\|\vec{d}\|} \qquad \text{où} \qquad P_0 \in d$$

† **Définition/résultat 61** (cf. chapitre 11, sections 34)

En 3D, la formule qui permet de calculer la distance entre le point A et la droite d est

$$d(A,d) = \frac{\|\overrightarrow{P_0A} \wedge \vec{d}\|}{\|\vec{d}\|} \qquad \text{où} \qquad \begin{array}{c} P_0 \in d \\ \vec{d} \text{ est un vecteur directeur de } d \end{array}$$

† **Définition/résultat 62** (cf. chapitre 11, sections 33)

En 2D, la formule qui permet de calculer la distance entre le point A et la droite d si d est donnée sous forme cartésienne (donc à l'aide d'un vecteur normal $\vec{n}$) est

$$\delta(A,d) = \frac{\overrightarrow{P_0A} \bullet \vec{n}}{\|\vec{n}\|} \qquad \text{où} \qquad P_0 \in d$$

† **Définition/résultat 63** (cf. chapitre 11, sections 34)

En 3D, la formule qui permet de calculer la distance entre le point A et le plan π est

$$\delta(A,\pi) = \frac{\overrightarrow{P_0A} \bullet \vec{n}}{\|\vec{n}\|} \qquad \text{où} \qquad \begin{array}{c} P_0 \in \pi \\ \vec{n} \text{ est un vecteur normal de } \pi \end{array}$$

† **Définition/résultat 64** (cf. chapitre 11, sections 33)

En 2D, la distance entre deux droites d_1 et d_2 se calcule ainsi

1. Si $\vec{d_1} \parallel \vec{d_2}$:

$$d(d_1, d_2) = d(P_1, d_2) \qquad \text{où} \qquad P_1 \in d_1$$

2. Si $\vec{d_1} \nparallel \vec{d_2}$:

$$d(d_1, d_2) = 0$$

† **Définition/résultat 65** (cf. chapitre 11, section 34)

En 3D, la distance entre deux droites d_1 et d_2 se calcule ainsi

1. Si $\vec{d_1} \parallel \vec{d_2}$:

$$d(d_1, d_2) = d(P_1, d_2) \qquad \text{où} \qquad P_1 \in d_1$$

2. Si $\vec{d_1} \nparallel \vec{d_2}$:

$$\delta(d_1, d_2) = \frac{\overrightarrow{P_1P_2} \bullet \vec{n}}{\|\vec{n}\|} \qquad \text{où} \qquad \begin{array}{c} P_1 \in d_1 \text{ et } P_2 \in d_2 \\ \vec{n} = \vec{d_1} \wedge \vec{d_2} \end{array}$$

† **Définition/résultat 66** (cf. chapitre 11, section 34)

La distance entre une droite d et un plan π se calcule ainsi

1. Si $\vec{d} \perp \vec{n}$:

$$d(d, \pi) = d(P, \pi) \qquad \text{où} \qquad P \in d$$

2. Si $\vec{d} \not\perp \vec{n}$:

$$d(d, \pi) = 0$$

† **Définition/résultat 67** (cf. chapitre 11, section 34)

La distance entre deux plans π_1 et π_2 se calcule ainsi

1. Si $\vec{n}_1 \parallel \vec{n}_2$:

$$d(\pi_1, \pi_2) = d(P_1, \pi_2) \qquad \text{où} \qquad P_1 \in \pi_1$$

2. Si $\vec{n}_1 \nparallel \vec{n}_2$:

$$d(\pi_1, \pi_2) = 0$$

Combinatoire et probabilités

† **Définition/résultat 68** (cf. chapitre 18)

L'ordre **est important**	
Nombre de **permutations** de n objets distincts. Exemple : file indienne .	$P_n = n!$
Nombre de **permutations** de m types d'objets dont les multiplicités sont $n_1, \ldots, n_m$. Exemple : anagrammes .	$P_{(n_1,\ldots,n_m)} = \dfrac{(n_1+\cdots+n_m)!}{n_1!\cdots n_m!}$
Nombre d'**arrangements** de n objets pris k à k **sans répétitions**. Exemple : tiercé .	$A_k^n = P_k^n = \dfrac{n!}{(n-k)!}$
Nombre d'**arrangements** de n objets pris k à k **avec répétitions**. Exemple : sport-toto .	$\overline{A}_k^n = \overline{P}_k^n = n^k$
L'ordre **n'est pas important**	
Nombre de **combinaisons** de n objets pris k à k **sans répétitions**. Exemple : loterie à numéro .	$C_k^n = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$
Nombre de **combinaisons** de n objets pris k à k **avec répétitions**. Exemple : yahtzee, 421 .	$\overline{C}_k^n = \dbinom{n+k-1}{k} = \dfrac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$

† **Définition/résultat 69** (cf. chapitre 19, section 1)

1. L'univers Ω associé à une expérience aléatoire est

   l'ensemble de toutes les issues élémentaires

2. Un événement est

   un sous-ensemble de l'univers

3. On attribue une probabilité à un événement A à travers une fonction probabilité, notée $\mathbb{P}$, à valeurs dans $\mathbb{R}$, qui satisfait les trois axiomes suivants.

   $\mathbb{P}(A) \geqslant 0$

   $\mathbb{P}(\Omega) = 1$

   $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$ si A et B sont des événements incompatibles

† **Définition/résultat 70** (cf. chapitre 19, sections 1 et 2)

On considère A et B deux événements d'une expérience aléatoire.

On a les formules générales $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$

$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A|B) \cdot \mathbb{P}(B)$

Si A et B sont incompatibles , alors $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$.

Si A et B sont indépendants , alors $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$.